

# 非线性哈密顿系统的周期解

龙以明

(南开大学南开数学研究所, 天津 300071)

**[摘要]** 本文介绍近年来我们在非线性 Hamilton 系统的周期解的存在性、多重性、指标理论和周期的最小性研究中所获得的一些新成果。

**[关键词]** 非线性分析, 哈密顿动力系统, 变分方法, 莫尔斯理论, 周期解

人类早已观察到, 我们所赖以生存的地球日复一日年复一年地围绕太阳旋转, 这种运动是永恒不变的吗? 更特殊一点, 地球和其它天体是否确实具有各自的周期运动轨道, 使地球既不会最终逃离太阳系, 也不会与太阳或其它大行星相撞? 这是数百年来科学家们关心的一个重大问题。随着 17 世纪微积分的诞生, 人们发现多个天体的运动遵从如下形式的非线性二阶微分方程组所描述的规律

$$\ddot{x}(t) + V'(x(t)) = 0 \quad (1)$$

其中  $x$  是时间  $t$  的向量值函数, 定义在实数集  $\mathbb{R}$  上取值在  $n$  维欧氏向量空间  $\mathbb{R}^n$  中,  $\dot{x}(t) = \frac{d}{dt}x(t)$  是  $x$  关于时间  $t$  的导函数,  $\ddot{x}$  为其二阶导函数,  $V$  是运动的势(能)函数, 这里我们只考虑  $V$  定义在  $\mathbb{R}^n$  上取值在  $\mathbb{R}$  中的情形,  $V'$  是  $V$  关于其自变量的导数。1823 年, 爱尔兰数学家 W. R. Hamilton (哈密顿) 在他致力于光学研究的论文“焦散面”中阐述了微分方程、辛变换和光学理论的关系。后来, 他又进一步将其理论推广到力学系统, 由此创立了力学中的 Hamilton 系统理论。这一理论的关键在于研究由下述形式的非线性一阶微分方程组, 即 Hamilton 系统, 所描述的运动规律:

$$\dot{z}(t) = JH'(z(t)) \quad (2)$$

其中  $z$  是由  $\mathbb{R}$  到  $\mathbb{R}^{2n}$  中关于时间  $t$  的函数,  $H$  定义在  $\mathbb{R}^{2n}$  上取值在  $\mathbb{R}$  中称为运动的 Hamilton 函数或能量函数。记  $\mathbb{R}^{2n}$  上的恒等矩阵为  $I$ ,  $2n \times 2n$  矩阵  $J = \begin{pmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{pmatrix}$  称为  $\mathbb{R}^{2n}$  上的典型辛矩阵。

令  $H(\dot{x}, x) = \frac{1}{2} |\dot{x}|^2 + V(x)$ , 则系统(1)成为(2)的一个特例, 因而(1)也被称为二阶 Hamilton 系统。Hamilton 系统在弹性力学等许多学科中也有广泛的应用。Hamilton 系统理论是数学和物理学中的一个经典研究领域, 这些研究旨在搞清非线性哈密顿系统所描述的运动规律。由于近年来人造天体和宇航事业的发展, 这一研究越来越受到各方面的重视。

Hamilton 系统所描述的运动中最简单的一种是周期运动。我们提到的可能存在的地球和

本文工作是国家自然科学基金和国家教委优秀青年教师基金资助项目。

本文于 1993 年 12 月 30 日收到。

其它天体的周期轨道就对应于相应的非线性 Hamilton 系统的周期解。因而非线性 Hamilton 系统的周期解的存在性、多重性、和周期解的性质等问题一直是数学家和物理学家们所关心的重要课题。为了研究这一周期解问题,与 Hamilton 系统相对应,可以在适当的周期函数空间  $E$  上定义一个泛函(即定义在函数空间上的函数) $f$ ,使得  $f$  的临界点恰对应于此 Hamilton 系统的周期解。这里  $f$  的临界点就是  $E$  中使  $f'(x)=0$  的函数  $x$ ,而此时  $f(x)$  称为  $f$  的临界值。这就是 Hamilton 系统所具有的自然变分结构。于是,寻找 Hamilton 系统的周期解的问题就归结为寻找泛函  $f$  在空间  $E$  中的临界点。若泛函  $f$  有最大值点或最小值点,它们当然是最简单的临界点。不幸的是,泛函  $f$  在空间  $E$  上的性质很不好,一般地既没有最大值点也没有最小值点。因此,Hamilton 系统的变分结构虽已被发现了一百多年,长期以来却一直被认为对周期解的存在性研究毫无用处。1978年,美国数学家 P. Rabinowitz 发表了惊人的结果,他利用这一变分结构证明了非线性 Hamilton 系统(1)和(2)的周期解的存在性。他的证明的关键,在于去寻找泛函  $f$  在空间  $E$  中的鞍点,而不是极值点。这里函数  $x$  是  $f$  的鞍点,如果  $f'(x)=0$  而  $x$  一般不是  $f$  的局部极值点。为此,Rabinowitz 利用非线性分析中的拓扑方法证明了鞍点的存在定理,由此建立了非线性 Hamilton 系统的周期解的存在性。自他的开创性工作后的近十余年来,Hamilton 系统的变分方法研究发展极为迅速,引起了国际数学界的极大重视。下面我们介绍这一领域中的几个重要的研究课题的新进展。

设  $T>0$ ,令  $E$  为所有由  $\mathbb{R}$  到  $\mathbb{R}^n$  的具有平方可积导函数的  $T$ -周期向量值函数  $x=x(t)$  组成的空间。与非线性二阶 Hamilton 系统(1)相对应的泛函  $f$  定义为

$$f(x) = \int_0^T \left\{ \frac{1}{2} |\dot{x}(t)|^2 - V(x(t)) \right\} dt \quad (3)$$

对任意实数  $\varepsilon, t$ ,和  $E$  中的函数  $x$ ,我们按照  $A_\varepsilon x(t) = x(s+t)$  定义  $E$  中的函数  $A_\varepsilon x$ 。由函数  $x$  的周期性,这就定义了  $S^1$ -群在空间  $E$  上的作用。泛函  $f$  的一个重要性质是对任意实数  $\varepsilon$  和  $E$  中的任意函数  $x$  成立

$$f(A_\varepsilon x) = f(x) \quad (4)$$

即  $f$  是在此  $S^1$ -群作用下不变的。1979年, P. Rabinowitz 利用变分方法和泛函  $f$  的  $S^1$ -群的不变性,证明了对任意给定  $T>0$  具有超二次势函数  $V$  的自治 Hamilton 系统具有无穷多个  $T$ -周期解。这里  $V$  是超二次的,是指当  $|x|$  趋于无穷时  $V=V(x)$  比  $|x|^2$  更快地趋于无穷。但是当系统受到  $T$ -周期变化的外力作用时,由于方程(1)的右端需引进相应的周期扰动项  $p=p(t)$  成为

$$\ddot{x}(t) + \nabla V(x(t)) = p(t)$$

相应的泛函  $f_1$  的定义式(3)的被积函数中也需增加相应的扰动项而成为如下形式

$$f_1(x) = \int_0^T \left\{ \frac{1}{2} |\dot{x}(t)|^2 - V(x(t)) + p(t) \cdot x(t) \right\} dt$$

于是,此时关于泛函  $f_1$  的(4)式不再成立,即对应于扰动问题的泛函  $f_1$  不再具有上述  $S^1$ -群作用的不变性。由1981年到1984年,P. Rabinowitz,突尼斯数学家 A. Bahri 和法国数学家 H. Berestycki 等都都对这种扰动问题的无穷多个周期解的存在性进行了深入的研究,获得了重要的成果。但由于此问题的难度很大,他们的工作均未彻底解决这一问题。我们从1985年开始致力于这一问题的研究。我们注意到,这一扰动问题的彻底解决依赖于依(3)式定义的与自治二阶 Hamilton 系统(1)相应的泛函  $f$  在空间  $E$  的  $S^1$ -指标定义的不变子集族上,依极小极大方法

所得到的临界值列  $\{a_k\}$  关于自然数  $k$  的增长速度的估计。确切地说,即需要证明当  $k$  趋于无穷时  $a_k$  趋于无穷的速度不低于  $k^2$ 。此前的工作均未能彻底解决这一问题的原因,恰在于他们在对势函数  $V$  附加了进一步的条件后,仍未能证明这一关键的先验估计。为了解决这一问题,我们注意到由已知的结果存在一个超二次增长的单变量实函数  $G=G(u)$  使得对  $\mathbb{R}^n$  中的任意实向量  $x=(x_1, \dots, x_n)$  成立

$$V(x) \leq \sum_{i=1}^n G(x_i) \quad (5)$$

再注意到对空间  $E$  中的任意函数  $x$  成立  $|\dot{x}(t)|^2 = \sum_{i=1}^n |\dot{x}_i(t)|^2$ , 因而我们有

$$f(x) \geq h(x) \equiv \sum_{i=1}^n g(x_i) \quad (6)$$

这里对函数空间  $E_1$  中的任意函数  $u$  泛函  $g$  定义为

$$g(u) = \int_0^T \left\{ \frac{1}{2} |\dot{u}(t)|^2 - G(u(t)) \right\} dt$$

而  $E_1$  定义为所有由  $\mathbb{R}$  到  $\mathbb{R}$  的具有平方可积导函数的  $T$ -周期数值函数  $u=u(t)$  组成的空间。利用(6)式所定义的泛函  $h$  关于  $E$  中的函数  $x$  的  $n$  个分量的对称性和  $S^1$ -群在空间  $E$  上的作用的本征性质,我们进一步引进了空间  $E$  和  $E_1$  上的新的极小极大结构和先验估计方法,证明了可以把对泛函  $f$  的临界值  $a_k$  的增长速度的研究约化为关于泛函  $g$  的临界值  $b_k$  的增长速度的研究,而且存在正常数  $C$  和自然数  $m$  使对任意自然数  $k$  成立

$$a_k \geq b_{m+k} - C \quad (7)$$

与泛函  $g$  对应的方程是超线性 Duffin 方程

$$\ddot{u}(t) + G'(u(t)) = 0 \quad (8)$$

这样,方程组(1)的研究被约化为了对单个方程的研究。对方程(8),我们能够精确估计对应泛函  $g$  的临界值  $b_k$  的增长速度,它满足

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{b_k}{k^2} = +\infty$$

与估计式(7)结合起来,我们就得到了当  $k$  趋于无穷时此临界值列  $a_k$  比  $k^2$  更快地趋于无穷,即

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{a_k}{k^2} = +\infty \quad (9)$$

由于存在具体的例子可以说明这一估计不能进一步改进,上述新的先验估计方法使我们获得了前人未达到的  $\{a_k\}$  的最佳增长估计。由于对任意连续函数  $V$  总可以构造满足(5)式的超二次单变量函数  $G$ ,而无须对势函数  $V$  附加任何其它条件,因而依  $S^1$ -不变子集族定义临界值列  $\{a_k\}$  的增长速度估计(9)是任意二阶 Hamilton 系统所具有的本征性质。利用这一估计,我们彻底解决了扰动超二次二阶 Hamilton 系统的无穷多个周期解的存在性问题<sup>[1]</sup>。进一步把这一新的先验估计方法应用于二阶系统,我们对扰动超二次二阶 Hamilton 系统周期解的多重性研究也获得了进展。随后,又彻底解决了具有有界扰动项的超二次一阶 Hamilton 系统的解的多重性问题,还对与扰动超二次 Hamilton 系统相应的算子的值域的稠密性问题给出了一个简单证明<sup>[2-4]</sup>。

周期解的存在性和多重性问题解决之后的一个重要问题,是进一步研究解的性质。Morse

理论对于进一步深入研究 Hamilton 系统的周期解的性质具有极大潜力。设  $f$  为一依赖于  $n$  个自变量的实函数,  $x$  为其一临界点, 记  $f$  在  $x$  点处的二阶偏导数组成的矩阵为  $M(x)$ , 则函数  $f$  在  $x$  点处的正、负 Morse 指标和零度分别定义为  $M(x)$  的正、负特征和零特征的总重数。30 年代美国数学家 M. Morse 首先利用 Morse 指标和零度, 来研究函数  $f$  和作为其定义域的底空间或底流形的性质和关系, 建立了 Morse 理论。设  $T > 0$ , 令  $L$  为所有由  $\mathbb{R}$  到  $\mathbb{R}^{2n}$  的平方可积的  $T$ -周期向量值函数  $x = x(t)$  组成的空间。与非线性一阶 Hamilton 系统(2)相对应的泛函  $f$  在  $L$  中具有平方可积的  $1/2$  阶导数的函数上定义为

$$f(x) = \int_0^T \left\{ \frac{1}{2} \dot{x}(t) \cdot Jx(t) - H(x(t)) \right\} dt \quad (10)$$

由于  $f$  的二阶导数  $f''(x)$  在其任一临界点  $x$  处的正特征值和负特征值的总重数都是无穷, 因而  $f$  的 Morse 指标总是无穷的, 这给 Morse 的理论在 Hamilton 系统研究中的应用带来了很大的困难。

1983 年美国数学家 C. Conley 和瑞士数学家 E. Zehnder 合作, 对渐近线性 Hamilton 系统做了深入的研究。通过对  $2n \times 2n$  阶的辛矩阵群中非退化道路的同伦分类, 他们定义了空间  $\mathbb{R}^{2n}$ ,  $n \geq 2$ , 上的一般非退化 Hamilton 系统的指标理论, 称为 Maslov-型指标理论。每个具有对称连续周期系数的线性 Hamilton 系统的基本解对应于一条这样的道路。与一阶 Hamilton 系统相应的泛函  $f$  在其一临界点  $x = x(t)$  处的二阶导数恰对应于这样的一个线性方程

$$y(t) = JH''(x(t))y(t) \quad (11)$$

由此, 这一指标给出了与一阶 Hamilton 系统相应的泛函  $f$  的 Morse 指标的一个有穷表示。他们的证明的一个关键在于, 当  $n \geq 2$  时, 辛矩阵群中的每个非退化道路的同伦类中必有至少一条道路对应于一个常系数的线性方程, 利用这些常系数方程问题得以简化和解决。1988 年, 我们与 E. Zehnder 合作, 完成了对  $n=1$  时的非退化辛道路的同伦分类。我们发现此时存在非退化辛道路的同伦类, 其中的每条道路都只对应于非常系数的线性方程, 这是 Conley 与 Zehnder 早先的工作不能包含这一情形的原因。利用 Conley 同伦指标的楔积和提高维数技巧, 我们证明了  $n=1$  时截断 Morse 指标间的关系公式, 从而定义了相应非退化 Hamilton 系统的 Maslov-型指标理论<sup>[5]</sup>。由于非线性自治 Hamilton 系统的任意非常值周期解  $x$  必是退化的, 即相应的线性系统(11)必有至少一个非平凡周期解  $\dot{x}$ , 为了把 Maslov-指标理论应用于非线性问题的研究, 就必须首先将这一理论扩充到退化的情形。1990 年, 我们完成了关于辛矩阵群在其奇异集邻近的拓扑结构的研究<sup>[6]</sup>。基于这一工作, 并引进新的旋转扰动方法, 完成了辛群中包括退化情形在内的所有辛道路的完整的同伦分类, 进而完整地建立了包括退化情形在内的一般 Hamilton 系统的 Maslov-型指标理论。从而对非线性 Hamilton 系统(2)的任意  $T$ -周期解  $x = x(t)$  利用线性方程(11)的基本解  $v(t)$  作为辛群  $\text{Sp}(2n)$  中的道路, 可以唯一确定一对整数  $(i(x), v(x))$ , 其中  $0 \leq v(x) \leq 2n$ , 称为周期解  $x$  的 Maslov-型指标。对无穷维空间  $L$  依照 Lyapounov-Schmidt 方法约化, 可以得到  $E$  之一有穷偶数维子空间  $Z$  和由  $Z$  到  $L$  之一连续可微单射  $u$ , 使得  $Z$  上定义的泛函  $a(z) = f(u(z))$  的每一临界点  $z$  恰与  $f$  在  $L$  中的临界点  $x = u(z)$  一一对应。记  $Z$  的维数为  $2d$ , 设  $a$  在其临界点  $z$  处的正、负 Morse 指标和零度分别为  $m^+$ ,  $m^-$  和  $m^0$ , 我们证明了截断 Morse-指标与 Maslov-型指标之间的下述关系公式:

$$m^+ = d - i(x) - v(x), \quad m^0 = v(x), \quad m^- = d + i(x)$$

因而系统(2)周期解  $x$  的 Maslov-型指标确实给出了与(2)相应的泛函  $f$  在  $x$  处的 Morse 指标的有限表示。在此基础上,我们进一步证明了(2)的周期解满足的 Morse 不等式。利用这一新工具,我们在渐近线性 Hamilton 系统的周期解的研究中获得了新进展,特别是放宽了此前关于(2)的所有周期解都要非退化的要求。我们的工作填补了国际上这一研究在退化情形时的空白,使应用这一理论处理一般的 Hamilton 系统的周期解问题成为可能,并为进一步应用这一理论处理一阶 Hamilton 系统的最小周期解问题奠定了基础<sup>[7]</sup>。

对给定的  $T > 0$ , 设函数  $x = x(t)$  是 Hamilton 系统的一个非常值的  $T$ -周期解  $x$ , 由于对任何自然数  $k$ ,  $T/k$ -周期函数也是  $T$ -周期函数, 一个自然的问题是,  $x$  是否以  $T$  为其最小周期。事实上, 1978 年 P. Rabinowitz 在他关于超二次自治 Hamilton 系统的开创性工作中就提出了, 当能量函数非负而且在无穷远点和零点皆为超二次时, 这种系统具有任意给定最小周期的周期解的猜测。近十余年来, 国际上的许多数学家发表了关于这一问题具凸能量函数时的大量研究成果, 其中法国数学家 I. Ekeland 和德国数学家 H. Hofer 在附加能量函数严格凸的条件下, 彻底解决了 Rabinowitz 猜测。这里一个函数是严格凸的, 当且仅当其二阶偏数组成的矩阵处处是正定的。但是, 对于非凸系统的情形则几乎无任何结果。Ekeland 与 Hofer 证明的一个关键工具是, 他们建立的凸 Hamilton 系统的相应泛函的 Morse 指标迭代不等式。I. Ekeland 在他 1990 年由 Springer 出版的专著中, 提到凸系统的相应泛函的 Morse 指标随迭代的单增性和最小周期解问题时, 特别指出: “在非凸情形中现在还没有任何这样的结果”。

我们自 1991 年开始致力于一般(未必凸)Hamilton 系统的最小周期解的研究。在研究中我们注意到二阶自治 Hamilton 系统(1)具有自然的关于时间的可逆性, 即若  $x = x(t)$  是(1)的  $T$ -周期解, 则  $y = x(-t)$  也是(1)的  $T$ -周期解, 这提示了超二次二阶 Hamilton 系统(1)应有偶函数解。因而在具有平方可积的导函数的  $T$ -周期偶函数空间  $E$  上, 对由(3)式定义的泛函  $f$  应用鞍点定理, 证明了在 P. Rabinowitz 关于定义在  $\mathbb{R}^n$  上的势函数  $V$  的条件下  $f$  在  $E$  中必有至少一个非常值函数的临界点  $x$ , 再利用系统(1)的时间可逆性, 证明了此函数  $x$  是超二次二阶 Hamilton 系统(1)的一个非常值  $T$ -周期偶函数解, 而且定义在偶函数空间  $E$  上的泛函  $f$  在  $x$  点处的负 Morse 指标  $i_T(x)$  满足

$$i_T(x) \leq n + 1 \quad (12)$$

非线性系统(1)在  $x$  点处的线性化系统有形式

$$\ddot{y}(t) + V''(x(t))y(t) = 0 \quad (13)$$

设  $T$ -周期解  $x$  的最小周期为  $T/k$ , 其中  $K$  为某自然数, 则  $x$  的导函数  $\dot{x}$  必为线性系统(13)的非平凡  $T/k$ -周期奇函数解。 $\dot{x}$  的这一奇性使得它在时刻  $0, T/(2k)$ , 和  $T/k$  必取零值, 因而允许我们对它在这些时刻进行切割, 并适当重新组合粘帖来得到属于  $T$ -周期偶函数空间  $E$  的  $k-1$  个线性无关的函数。我们构造的每个这样的函数  $y$ , 都不是线性系统(13)的解, 但都满足  $(f''(x)y, y)_E = 0$ , 其中  $(\cdot, \cdot)_E$  为空间  $E$  的内积。通过进一步的分析。我们证明了可以利用小扰动将这  $k-1$  个线性无关的函数张成的线性子空间沿泛函  $f$  的负梯度流方向推入  $f''(x)$  的负特征向量空间。这样, 我们证明了下述关于  $f$  在  $x$  处的 Morse 指标的迭代不等式

$$i_T(x) \geq k - 1 \quad (14)$$

类似地, 我们证明了一般二阶 Hamilton 系统的周期解的 Morse 指标理论的迭代不等式而无须对二次连续可微的势函数  $V$  附加任何条件。这一方法使我们首次揭示了, 一般二阶 Hamilton

系统的周期解的 Morse 指标同样随迭代依其特定方式增长的本征特性。把估计式(12)和(14)结合起来,我们就得到  $k \leq n+2$ 。这给出二阶 Hamilton 系统的最小周期解问题恰在 Pabinowitz 猜测的原来的条件下的第一个成果:定义在空间  $\mathbb{R}^n$  上的具有非负超二次势函数的二阶 Hamilton 系统对任一给定  $T>0$  必具有至少一个非常值的  $T$ -周期偶函数解,而且此解的最小周期不小于  $T/(n+2)$ ,从而对上述 Rabinowitz 猜测给出了一个部分的解答。如果进一步附加势函数  $V$  是偶函数的条件,我们进一步证明了这类超二次二阶 Hamilton 系统对任一给定  $T>0$ ,必具有至少一个非常值的以  $T$  或  $T/3$  为最小周期的偶函数解  $x=x(t)$ ,而且它还是关于  $t=T/4$  的奇函数<sup>[8-10]</sup>。

在非线性 Hamilton 系统研究的其它方面,如超线性 Duffing 方程的无界解、复摆的周期振荡、具给定能量的闭轨轨道的存在性、环面上的 Weinstein 猜测等问题,及最近在紧支 Hamilton 同胚群的测地线问题的研究中,我们也获得了新的结果。最近,我们又建立了 Maslov-型指标理论的迭代公式,进而对一阶 Hamilton 系统的最小周期问题获得了新的进展。这一迭代公式为一般辛流形中的几何上不同的 Hamilton 周期轨道的多重性的研究的开展奠定了基础。预计近期这一领域会有更大的发展。

近十余年来,利用变分方法对非线性 Hamilton 系统的研究十分活跃,已经取得了重大进展。这一研究涉及诸多学科,难度较大,影响也较大,研究中不断出现新的问题,建立新的方法,发展许多新的理论,表现了极强的生命力。特别是近几年来,利用非线性 Hamilton 系统的分析方法和研究成果,已在辛几何的研究中获得了重要进展,得到了国际数学界的广泛重视。尤其是国际上的最新研究成果已表明,这一领域的研究与数学中的重大问题三维球面的 Poincaré 猜测有直接的联系。因而,这一研究领域中的进展将会对数学、物理学、力学等学科的相应理论基础和研究方法产生很大的影响。

虽然数学家们目前对本文开始时提出的多个天体的周期轨道问题还未能给出完整的解答,但在寻求这一解答的过程中发展起来的数学理论,无疑已经使我们对周围的世界有了更深入的了解,找到了认识和改造客观世界的正确途径。这在某种意义上说,是比单纯解决一个具体问题更具重大意义的。可以预言,沿着这一途径,多体问题的最终解决是必然的。

## 参 考 文 献

- [1] 龙以明. *Tran. Amer. Math. Soc.* (美国数学协会会刊), 1989, 311: 749-780.
- [2] 龙以明. *Ann. Inst. H. Poincaré. Anal. Non Linéaire* (法国 Poincaré 研究所年刊—非线性分析), 1989, 6(2): 139-151.
- [3] 龙以明. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa.* (意大利比萨高等师范年刊), Series, 1990, 4, 17: 35-77.
- [4] 龙以明. "Math. Z." (德国数学杂志), 1990, 203: 453-467.
- [5] 龙以明, E. Zehnder. 论文集 *Stochastic Process-Geometry and Physics*, 新加坡 World Sci. Publ. 1990, 528-563.
- [6] 龙以明. *中国科学*. 1991, 5: 457-465.
- [7] 龙以明. *中国科学*. 1990, 7: 673-682.
- [8] 龙以明. *Nonlinear Analysis and Microlocal Analysis*. 新加坡 World Sci. Publ. 1992: 168-175.
- [9] 龙以明. *Ann. Inst. H. Poincaré. Anal. Non Linéaire* (法国 Poincaré 研究所年刊——非线性分析), 1993.
- [10] 龙以明. *J. Diff. Equa.* (美国微分方程杂志), 1994.

## PERIODIC SOLUTIONS OF NONLINEAR HAMILTONIAN SYSTEMS

Long Yiming

(Nankai Institute of Mathematics, Nankai University, Tianjin 300071)

**Abstract** In this paper we introduce some of our research results obtained in recent years on the existence, multiplicity, index theory, and minimality of the period of periodic solutions for nonlinear Hamiltonian systems.

**Key words** Nonlinear analysis, Hamiltonian dynamical systems, Variational methods, Morse theory, Periodic solutions

· 信息 ·

## 长沙地区举行“当代科技新进展报告会”

由本刊编辑部主办,中南工业大学负责组织的长沙地区“当代科技新进展报告会”于1994年11月14—16日在中南工业大学举行。长沙地区的15位专家在大会上做了报告。长沙市科委的有关领导,中南工业大学领导等出席会议并发表讲话。来自长沙地区的12所高校和科研院所的160余位科研人员出席了会议。国家自然科学基金委员会政策局局长吴述尧在会上做了关于国家自然科学基金优先领域战略研究的报告,引起与会者的极大兴趣。

这次会议内容丰富,涉及学科领域非常广泛。专家们结合当今世界科技发展的最新趋势、本人科学研究活动的最新进展和取得的成果情况做了十分精彩的报告,他们也都强调学科交叉是当前和今后各学科进一步发展的必然趋势。专家们的报告充分反映了长沙地区较强的基础研究水平和研究实力。与会领导和专家学者对这次会议给予了极高评价,对会议的形式给予了充分肯定。认为虽然大家在一个城市,但以前很少能有机会坐在一起进行交流。另外,能在短短几天的时间里,了解到长沙地区乃至国际上有关领域的研究进展情况,这对大家开阔视野,拓宽思路,促进今后的学术合作与学科交叉具有重要意义。

另外,在会议期间,还召开了小型座谈会,就基金资助工作,国际合作与交流等问题广泛交换了意见,互通了情况。

召开介绍新学科、新领域学术报告会对我刊编辑部工作来说,也是一种新的尝试。对我们了解学科发展趋势,开阔视野,提高编辑和组稿质量,更好地体现本刊宣传和指导基础研究和科学基金工作的宗旨具有重要意义。本来计划40—50人的会,届时会有160多人参加,说明广大科技工作者对科学基金工作的大力支持,和对这次报告会主题的浓厚兴趣。会议的组织者——中南工业大学做了大量的筹备工作,从而保证了会议的顺利进行。

(本刊讯)